



# MATHESIS

*uma introdução à filosofia da matemática*

## Ementa e cronograma

23 aulas · 5 módulos · 34,5 horas estimadas

Deividi Pansera

[mathesis.deividipansera.com](http://mathesis.deividipansera.com)

## Apresentação

---

Uma demonstração curta pode estabelecer algo sobre infinitos números que ninguém conseguirá escrever. Uma equação pode ajudar a investigar fenômenos que nunca vimos. A filosofia da matemática pergunta o que são os objetos envolvidos nesses raciocínios, como podemos conhecê-los e por que a matemática se aplica ao mundo. Essas três perguntas conduzem o Mathesis.

O nome do curso remete ao aprendizado. Partimos das questões gregas sobre número, grandeza, abstração e demonstração. Percorremos a tradição das ideias divinas, os projetos modernos de uma ciência da ordem e as explicações do conhecimento em Kant e Mill. Geometrias alternativas, infinito e paradoxos preparam o estudo dos programas de fundamentos e dos limites demonstrados por Gödel e Turing.

O debate compara platonismo, nominalismo, neologicismo e estruturalismo. Shapiro e Franklin permitem relacionar as posições sobre os objetos à explicação do conhecimento. Uma retomada histórica compara Boécio, Avicena e Ockham e prepara o aprofundamento da filosofia tomista. Dois encontros examinam o debate de Gould sobre Deus e abstratos e o conceptualismo de Welty. No último módulo, João de São Tomás e Peirce orientam uma investigação dos signos e do raciocínio matemático. Estudamos então prova, intuição, explicação e probabilidade, antes de retornar à aplicação e à pergunta de Wigner.

O curso se destina a quem quer estudar filosofia da matemática com seriedade. Não é preciso formação anterior em filosofia, e a matemática necessária é explicada nas aulas. Os guias de estudo têm o nível de uma disciplina introdutória de graduação e pedem leitura atenta e disposição para reconstruir argumentos. As teses, os argumentos e suas objeções organizam os encontros. Os conceitos são explicados no desenvolvimento da investigação. Demonstrações elementares e resultados matemáticos oferecem exemplos para examinar problemas de conhecimento, existência e aplicação.

## Formato e carga

São 23 aulas gravadas, organizadas em 5 módulos, com cerca de 1h30 por encontro e carga principal estimada de 34,5 horas. A liberação prevista é semanal. Cada aula será acompanhada de um guia de estudo, questões de análise e comentários. Depois da aula 23 vem o encerramento, com certificado.

A distribuição parte dos problemas, capítulos e programas das nove obras analisadas e incorpora leituras específicas de filosofia medieval, tomismo e semiótica. Cada encontro desenvolve a tese, um argumento, um exemplo e uma objeção central. Leituras de apoio aprofundam a história e os resultados técnicos. Os guias de estudo e as questões acompanham esta estrutura, com predominância filosófica.

## Cronograma

A data de início será anunciada no grupo de lançamento. As semanas indicam a ordem relativa de liberação, sem datas fixadas. O calendário final considerará as pausas que forem anunciadas.

| Aula | Módulo | Tema                                                  | Semana |
|------|--------|-------------------------------------------------------|--------|
| 1    | I      | Os problemas da filosofia da matemática               | 1      |
| 2    | I      | Platão e Aristóteles                                  | 2      |
| 3    | I      | Leibniz e Kant                                        | 3      |
| 4    | I      | O empirismo na filosofia da matemática                | 4      |
| 5    | II     | Cantor e a teoria dos conjuntos                       | 5      |
| 6    | II     | Frege, Russell e o logicismo                          | 6      |
| 7    | II     | Hilbert, formalismo e dedutivismo                     | 7      |
| 8    | II     | Intuicionismo e construtivismo                        | 8      |
| 9    | II     | Gödel, Turing e os limites dos sistemas formais       | 9      |
| 10   | III    | Platonismo e conhecimento matemático                  | 10     |
| 11   | III    | O argumento da indispensabilidade                     | 11     |
| 12   | III    | Nominalismo e ficcionalismo                           | 12     |
| 13   | III    | Abstração e neologicismo                              | 13     |
| 14   | III    | O estruturalismo de Stewart Shapiro                   | 14     |
| 15   | IV     | Filosofias medievais da matemática                    | 15     |
| 16   | IV     | A filosofia tomista da matemática                     | 16     |
| 17   | IV     | O realismo aristotélico de James Franklin             | 17     |
| 18   | IV     | Deus e os objetos abstratos                           | 18     |
| 19   | IV     | O conceptualismo divino de Greg Welty                 | 19     |
| 20   | V      | João de São Tomás, Peirce e a semiótica da matemática | 20     |
| 21   | V      | Prova, intuição e explicação matemática               | 21     |
| 22   | V      | Filosofias da probabilidade                           | 22     |
| 23   | V      | A aplicação da matemática e o problema de Wigner      | 23     |
|      |        | Encerramento e certificado                            | 24     |

## Módulo I As questões e as primeiras respostas

---

*Platão, Aristóteles, Leibniz, Kant e o empirismo*

### Aula 1 Os problemas da filosofia da matemática

A investigação começa pelas questões de conhecimento, necessidade, objetividade e existência dos objetos matemáticos. Distinguimos aprender uma afirmação de justificar sua aceitação e examinamos o alcance de uma demonstração. A irracionalidade de raiz de dois oferece um exemplo breve para essa análise. O problema da aplicação e a relação entre filosofia e prática matemática permitem articular os critérios pelos quais serão comparadas as posições do curso. A aula termina com a origem do nome Mathesis, do Mênon à mathesis universalis de Descartes e Leibniz e à pergunta de Wigner.

**Ao final da aula.** Formular e relacionar os problemas ontológicos, epistemológicos e de aplicação, distinguindo demonstração e interpretação filosófica.

### Aula 2 Platão e Aristóteles

Seguimos o contraste entre Platão e Aristóteles apresentado por Shapiro e Jairo. A matemática grega, a incomensurabilidade e o método de Euclides situam o problema. A cena do Mênon introduz a concepção platônica do conhecimento. Aristóteles oferece outra explicação, pela consideração das propriedades dos objetos e pela abstração. Idealização, infinito potencial e aplicação permitem comparar o alcance das duas posições.

**Ao final da aula.** Comparar as explicações platônica e aristotélica dos objetos e do conhecimento matemático.

## **Módulo I** As questões e as primeiras respostas, continuação

---

*Platão, Aristóteles, Leibniz, Kant e o empirismo*

### **Aula 3** Leibniz e Kant

A matemática de Galileu e a geometria analítica de Descartes tornam mais aguda a pergunta sobre o tipo de conhecimento que a matemática nos dá. Apresentamos as verdades de razão e de fato de Leibniz, sua prova de que  $2 + 2 = 4$  e a lacuna apontada por Frege, e a disputa com Descartes sobre as verdades eternas. Kant explica a matemática pela construção de conceitos na intuição e pelo sintético a priori. A soma e a geometria permitem confrontar as duas interpretações. As geometrias não euclidianas encerram a aula como desafio à tese kantiana sobre o espaço.

**Ao final da aula.** Distinguir a análise de Leibniz da construção kantiana e explicar o problema do sintético a priori.

### **Aula 4** O empirismo na filosofia da matemática

A distinção entre aprender pela experiência e justificar pela experiência organiza o capítulo de Bostock. Mill interpreta contagem, reunião e medida como base do conhecimento matemático. Frege questiona a generalidade dessas operações. Kitcher e o realismo de Maddy de 1990 ampliam as alternativas empiristas. A aula termina preparando a relação entre matemática e ciência que reaparecerá no argumento da indispensabilidade.

**Ao final da aula.** Distinguir aquisição e justificação e avaliar a generalização empirista para a aritmética.

## Módulo II Os programas de fundamentos

---

*Conjuntos, logicismo, formalismo e construtivismo*

### Aula 5 Cantor e a teoria dos conjuntos

A teoria dos conjuntos oferece uma linguagem para reconstruir domínios matemáticos e comparar infinitos. Desenvolvemos correspondência um a um e diagonalização. O paradoxo de Russell introduz as restrições da formação de conjuntos e a concepção iterativa. Escolha e hipótese do contínuo mostram o papel dos axiomas. Os resultados de independência são apresentados com suas condições e retomados depois de Gödel.

**Ao final da aula.** Reconstruir uma diagonalização e explicar como paradoxos e independência afetam a escolha de axiomas.

### Aula 6 Frege, Russell e o logicismo

Frege procura explicar a aritmética por recursos lógicos e definições. A correspondência entre coleções apresenta a ideia de número associada a conceitos. A Lei Básica V e o paradoxo de Russell permitem localizar a dificuldade do sistema. A teoria dos tipos e a distinção entre programa histórico e logicismos reformulados encerram o encontro, preparando a retomada neologicista.

**Ao final da aula.** Explicar o objetivo da redução à lógica e localizar o princípio que produz o paradoxo no sistema fregeano.

### Aula 7 Hilbert, formalismo e dedutivismo

A axiomatização da geometria permite compreender o dedutivismo e o papel dos modelos. Distinguimos geometrias matemáticas, interpretação e espaço físico. A discussão passa então ao formalismo e ao programa de Hilbert: tratar provas como objetos e justificar recursos infinitários por métodos finitários. Consistência, teoria e metateoria organizam o problema. O encontro prepara a avaliação dos limites que Gödel estabeleceu.

**Ao final da aula.** Distinguir axiomatização, interpretação, formalização e prova de consistência.

## Módulo II Os programas de fundamentos, continuação

---

*Conjuntos, logicismo, formalismo e construtivismo*

### Aula 8 Intuicionismo e construtivismo

A investigação começa pela informação entregue por uma prova de existência. Brouwer relaciona matemática e atividade construtiva; Heyting explicita condições de prova. O terceiro excluído e uma demonstração clássica de existência permitem reconhecer o que muda. Bishop, Markov, Poincaré, Weyl e predicativismo são localizados por suas exigências próprias. Construção e algoritmo fixo recebem distinção expressa, necessária para a aula seguinte.

**Ao final da aula.** Distinguir prova com testemunha, argumento clássico de existência e diferentes programas construtivistas.

### Aula 9 Gödel, Turing e os limites dos sistemas formais

A codificação de provas permite apresentar os teoremas da incompletude com suas hipóteses. Distinguimos verdade, demonstração e consistência interna. Turing acrescenta a análise de procedimentos efetivos e o limite de um decisor geral da parada. A comparação mostra o que incompletude e indecidibilidade têm em comum e o que afirmam sobre problemas diferentes. Retomamos a independência em conjuntos e delimitamos conclusões sobre mente e máquinas físicas.

**Ao final da aula.** Distinguir incompletude de indecidibilidade e enunciar o alcance de cada resultado.

## Módulo III Realismo e antirrealismo

---

### *Objetos, abstração, estruturas e conhecimento*

#### **Aula 10 Platonismo e conhecimento matemático**

O platonismo atribui existência aos objetos matemáticos independentemente das mentes humanas. Os dois problemas de Benacerraf organizam a avaliação: identidade dos objetos e integração entre semântica e conhecimento. Intuição matemática, realismo quanto à verdade e explicação da confiabilidade aparecem como respostas a examinar. O platonismo de Gödel e o programa plenitudinário de Balaguer mostram versões diferentes da posição.

**Ao final da aula.** Distinguir o problema de identidade de 1965 do problema epistemológico de 1973.

#### **Aula 11 O argumento da indispensabilidade**

Quine e Putnam associam o compromisso com a matemática ao seu papel nas melhores teorias científicas. Reconstruímos as premissas e distinguimos utilidade, indispensabilidade e contribuição explicativa. Naturalismo e holismo ajudam a formular o argumento; Maddy e Sober contestam sua relação com a prática e a confirmação. A aula termina comparando o que a evidência científica autoriza concluir sobre entidades matemáticas.

**Ao final da aula.** Reconstruir o argumento e indicar qual premissa cada objeção contesta.

#### **Aula 12 Nominalismo e ficcionalismo**

A recusa de objetos abstratos admite estratégias diferentes. Field procura reformular teorias físicas e justificar o uso da matemática por conservatividade. Yablo investiga conteúdo figurativo; outras propostas questionam a passagem automática da linguagem ao compromisso ontológico. Comparamos essas alternativas e a distinção entre interpretar a prática existente, propor uma mudança e mostrar a possibilidade de uma interpretação sem os objetos. O ficcionalismo de Balaguer admite a indispensabilidade para argumentar; sua conclusão posterior sobre indeterminação metafísica é discutida como tese própria.

**Ao final da aula.** Distinguir nominalização, conservatividade, ficcionalismo e figuralismo.

## Módulo III Realismo e antirrealismo, continuação

---

*Objetos, abstração, estruturas e conhecimento*

### Aula 13 Abstração e neologicismo

O princípio de Hume relaciona igualdade de números e correspondência entre conceitos. O neologicismo retoma esse caminho para justificar a aritmética. Examinamos por que certos princípios de abstração parecem esclarecedores e outros geram dificuldades. O problema de Júlio César, a variedade de princípios e os recursos de segunda ordem delimitam o alcance da proposta.

**Ao final da aula.** Explicar um princípio de abstração e formular o problema de selecionar princípios aceitáveis.

### Aula 14 O estruturalismo de Stewart Shapiro

A distinção entre sistema, estrutura e posição apresenta o estruturalismo de Shapiro. Seu realismo ante rem responde ao problema de múltiplas reduções. A epistemologia passa pelo reconhecimento de padrões, projeção e definição implícita. Simetrias, coerência e passagem ao infinito permitem testar a resposta. Resnik e Hellman oferecem comparações; a aplicação das estruturas será retomada no encerramento.

**Ao final da aula.** Reconstruir a ontologia estruturalista e sua resposta ao problema do conhecimento, identificando a dificuldade do infinito.

## Módulo IV A tradição aristotélica e as ideias divinas

---

*Filosofias medievais, tomismo, Franklin, Gould e Welty*

### Aula 15 Filosofias medievais da matemática

Retomamos problemas matemáticos na transmissão para a Idade Média e nas tradições árabe e latina. Boécio situa número e disciplinas matemáticas no conhecimento da ordem. Avicena permite investigar o estatuto dos objetos matemáticos e a aquisição de seus conceitos. Ockham examina o compromisso ontológico de afirmações sobre quantidade, pontos e linhas. A comparação distingue objetos, operações intelectuais e linguagem, preservando as diferenças entre os autores. Um exemplo de contagem permite perguntar o que torna uma afirmação numérica verdadeira. O encontro prepara o aprofundamento tomista da aula seguinte.

**Ao final da aula.** Comparar explicações medievais da quantidade e do conhecimento matemático, distinguindo objetos, abstração e redução ontológica.

### Aula 16 A filosofia tomista da matemática

Tomás de Aquino distingue a maneira como algo é considerado pelo intelecto de sua maneira de existir. A matemática estuda quantidade e figura abstraindo da matéria sensível, e a distinção entre matéria sensível e inteligível esclarece o alcance dessa operação. Abstração e separação permitem comparar matemática e metafísica. O exame da imaginação, da certeza e das ciências intermediárias relaciona conhecimento e aplicação. Rioux oferece uma leitura tomista contemporânea, em que a idealização se torna construção. Figuras ideais e exatidão permitem avaliar as possibilidades e os limites dessa explicação.

**Ao final da aula.** Reconstruir a explicação tomista dos objetos e do conhecimento matemático, distinguindo abstração, separação e idealização.

### Aula 17 O realismo aristotélico de James Franklin

Franklin apresenta a matemática como ciência de quantidade e estrutura. Contagem, razões e padrões reais permitem explicar a aproximação aos objetos matemáticos. Sua posição também admite universais possíveis não instanciados, dimensão modal que precisa ser preservada. Percepção, imaginação e compreensão intelectual organizam a epistemologia. O encontro reúne a defesa e suas dificuldades, em confronto com Shapiro e com o problema do infinito.

**Ao final da aula.** Explicar quantidade e estrutura e reconstruir a sequência epistemológica de Franklin com seus limites.

## **Módulo IV** A tradição aristotélica e as ideias divinas, continuação

---

*Filosofias medievais, tomismo, Franklin, Gould e Welty*

### **Aula 18** Deus e os objetos abstratos

A coletânea de Gould organiza seis respostas ao problema da relação entre Deus e abstratos. Necessidade, dependência, criação e aseidade fornecem os critérios de comparação. A criação absoluta e a objeção de circularidade são examinadas junto ao ativismo modificado. Yandell, Craig, Shalkowski e Oppy oferecem alternativas e objeções. O conceptualismo aparece no quadro geral e receberá desenvolvimento próprio na aula seguinte.

**Ao final da aula.** Comparar as seis posições pelo que afirmam sobre existência, necessidade e dependência.

### **Aula 19** O conceptualismo divino de Greg Welty

Welty identifica certos pensamentos divinos incriados como entidades que desempenham as funções dos abstratos. A tradição das ideias divinas situa a proposta; os textos de 2000 e 2014 têm percursos argumentativos diferentes. Propriedades, conhecimento e mundos possíveis organizam a exposição. A avaliação distingue existência de uma representação e possibilidade do conteúdo, e examina confiabilidade humana, modalidade primitiva e circularidade.

**Ao final da aula.** Reconstruir o modelo conceptualista e identificar suas premissas ontológicas, epistemológicas e modais.

## Módulo V A prática e a aplicação da matemática

---

*Signos, prova, probabilidade e ciência*

### **Aula 20** João de São Tomás, Peirce e a semiótica da matemática

A semiótica examina como signos representam objetos e participam do conhecimento. João de São Tomás permite distinguir a inscrição externa do conceito que torna algo conhecido. Peirce desenvolve a relação entre signo, objeto e interpretante e examina a função dos diagramas no raciocínio matemático. Comparar uma figura e uma expressão algébrica esclarece o papel das convenções e das relações representadas. A generalidade de uma demonstração exige justificar por que as transformações preservam as condições do problema. A comparação prepara o estudo de prova e explicação, mantendo as diferenças entre os autores.

**Ao final da aula.** Distinguir inscrição, conceito, objeto e interpretação, explicando como signos e diagramas participam da justificação matemática.

### **Aula 21** Prova, intuição e explicação matemática

A prática matemática envolve intuição, exemplos, conjecturas, demonstração e explicação. A prova dos seis pontos permite acompanhar uma conexão geral e perguntar o que a torna inteligível. Comparar descoberta, verificação e compreensão explicativa esclarece a diferença entre apoio por casos e demonstração. Diagramas e notação entram pela função que desempenham no raciocínio. O encontro prepara a discussão da probabilidade atribuída a conjecturas.

**Ao final da aula.** Distinguir intuição, evidência, prova e explicação, acompanhando uma demonstração completa.

## **Módulo V** A prática e a aplicação da matemática, continuação

---

*Signos, prova, probabilidade e ciência*

### **Aula 22** Filosofias da probabilidade

O cálculo de probabilidades admite interpretações diferentes. Frequências, propensões e graus de crença respondem a perguntas distintas sobre uma mesma situação incerta. Um exemplo de informação nova mostra como atualizar uma avaliação. Examinamos o projeto bayesiano objetivo de Williamson e distinguimos coerência, restrições da evidência e escolhas adicionais. A probabilidade atribuída a uma conjectura expressa a situação do investigador.

**Ao final da aula.** Distinguir cálculo e interpretação e reconhecer diferentes sentidos de objetividade.

### **Aula 23** A aplicação da matemática e o problema de Wigner

A aplicação exige relacionar um sistema real a uma representação matemática, com medidas, hipóteses e idealizações. Um exemplo de grafo permite identificar as propriedades preservadas. A pergunta de Wigner se torna mais precisa ao distinguir representação, inferência e descoberta científica. Colyvan permite comparar o alcance das respostas estudadas. O curso termina retomando existência, conhecimento e aplicação com critérios comuns de avaliação.

**Ao final da aula.** Explicar como uma representação sustenta inferências e comparar respostas ao problema da eficácia.

## Bibliografia básica

---

As nove obras abaixo foram analisadas para orientar a distribuição das aulas. As indicações de capítulos, páginas e leituras complementares acompanham o mapa de fontes e serão selecionadas nos materiais de apoio.

- SHAPIRO, S. *Filosofia da Matemática*. Almedina, 2015. Tradução de *Thinking About Mathematics*, 2000.
- GEORGE, A.; VELLEMAN, D. J. *Philosophies of Mathematics*. Blackwell, 2002.
- LINNEBO, Ø. *Philosophy of Mathematics*. Princeton University Press, 2017.
- SILVA, J. J. da. *Filosofias da Matemática*. Editora UNESP, 2007.
- SHAPIRO, S. *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. Oxford University Press, 1997.
- FRANKLIN, J. *An Aristotelian Realist Philosophy of Mathematics*. Palgrave Macmillan, 2014.
- GOULD, P. M. (org.). *Beyond the Control of God? Six Views on the Problem of God and Abstract Objects*. Bloomsbury, 2014.
- WELTY, G. *An Examination of Theistic Conceptual Realism as an Alternative to Theistic Activism*. Dissertação de M.Phil. em Teologia Filosófica. Oriel College, Oxford, 2000.
- IRVINE, A. D. (org.). *Philosophy of Mathematics*. Handbook of the Philosophy of Science. Elsevier/North-Holland, 2009.

## Textos para leitura orientada

---

O percurso também prevê passagens de Platão, Aristóteles, Euclides, Agostinho, Tomás de Aquino, Galileu, Descartes, Leibniz, Kant e Mill. Os artigos de Benacerraf e os trabalhos de Wigner e Steiner sobre aplicação complementam os debates. As edições e os trechos serão definidos durante a preparação dos materiais de cada aula.

Para as aulas de filosofia medieval, tomismo e semiótica, acrescentam-se as seguintes leituras.

- BOÉCIO. *De institutione arithmetica*. Livro I, proêmio e discussão da natureza do número. Leitura orientada com conferência da edição antes de citações.
- AVICENA. *The Metaphysics of The Healing*. Tradução de Michael E. Marmura. Brigham Young University Press, 2005. Livros III e VII.
- ZAREPOUR, Mohammad Saleh. Avicenna on the Nature of Mathematical Objects. *Dialogue*, 2016. Estudo para interpretar a posição de Avicena.
- OCKHAM, Guilherme de. *Summa Logicae*. Livro I, capítulos 44 e 46, sobre quantidade contínua e discreta.
- AQUINO, Tomás de. *Super Boetium De Trinitate*. Questão 5, artigos 1 e 3; questão 6, artigos 1 e 2. Texto latino no Corpus Thomisticum. *Summa Theologiae*, I, questão 85, artigo 1, especialmente resposta 2.
- RIOUX, Jean W. *Thomas Aquinas' Mathematical Realism*. Palgrave Macmillan, 2023. Capítulos 5 a 7 e 9, para a abstração, a construção e a imaginação.
- JOÃO DE SÃO TOMÁS. *Tratado dos signos*. Tradução, introdução e notas de Anabela Gradim Alves. Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 2001. Definição e divisão do signo e Questão XXI, artigo I, também em edição digital da Universidade da Beira Interior.
- PEIRCE, C. S. *Philosophy of Mathematics. Selected Writings*. Organização de Matthew E. Moore. Indiana University Press, 2010. Leitura orientada de New Elements e On the Foundations of Mathematics, MS 7.